

Answer all questions. No extra sheets of paper would be supplied.

Group A

Each question below is followed by four possible answers of which exactly one is correct. Write [a] or [b] or [c] or [d] as your answer against the corresponding question number. Use only the first page of your answer book for this purpose. Each correct answer would be awarded 3 marks; 1 mark would be awarded for no attempt, and a wrong answer would fetch no credit. প্রতিটি প্রশ্নের চারটি উত্তর দেওয়া আছে যার মধ্যে কেবলমাত্র একটি উত্তর সঠিক। প্রশ্নসংখ্যার পাশে [a] অথবা [b] অথবা [c] অথবা [d] সেই প্রশ্নের উত্তর হিসাবে লেখ। উত্তরপুস্তিকার কেবলমাত্র প্রথম পাতাটিই এই কাজে ব্যবহার কর। সঠিক উত্তরের জন্য 3 নম্বর, উত্তর না দেওয়ার জন্য 1 নম্বর, ভুল উত্তরের জন্য কোন নম্বর নেই।

- If $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ and A is a subset of S randomly chosen, then probability that A contains a or b is $[S = \{a, b, c, d, e, f\}$ একটি সেট, তার যে কোন একটি সাবসেট A নেওয়া হল। A -তে a অথবা b থাকার সম্ভাবনা হল]

[a] $\frac{1}{2}$	[b] $\frac{1}{4}$	[c] $\frac{1}{8}$	[d] $\frac{7}{16}$
-------------------	-------------------	-------------------	--------------------
- The value of $\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin \frac{\pi}{8} \sin \frac{3\pi}{8} \sin \frac{5\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{8}$ is $[\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin \frac{\pi}{8} \sin \frac{3\pi}{8} \sin \frac{5\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{8}$ এর মান]

[a] 0	[b] $\frac{\sqrt{5}}{3}$	[c] $\frac{1}{\sqrt{2}}$	[d] none of these এগুলির কোনটাই নয়
-------	--------------------------	--------------------------	-------------------------------------
- If $(\sqrt{3} + i)^{48} = a + ib$, where $i = \sqrt{-1}$, then $[\text{যদি } (\sqrt{3} + i)^{48} = a + ib, \text{ যেখানে } i = \sqrt{-1}, \text{ তাহলে}]$

[a] $a = 2^{48}$	[b] $b \neq 0$	[c] $a = 3^{24}$	[d] $b = \frac{1}{3^{24}}$
------------------	----------------	------------------	----------------------------
- If the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$ are $\sin \frac{3\pi}{8}$ and $\cos \frac{3\pi}{8}$ then the value of b^2 is $[\text{যদি } ax^2 + bx + c = 0 \text{ সমীকরণের বীজদ্বয় } \sin \frac{3\pi}{8} \text{ এবং } \cos \frac{3\pi}{8} \text{ হয়, তবে } b^2 \text{ এর মান}]$

[a] $a(a + 2c)$	[b] $\frac{-2(a+c)}{a}$	[c] $a(2a + c)$	[d] none of these
-----------------	-------------------------	-----------------	-------------------
- Three points have coordinates $(1, 0), (4, 1)$ and $(2, 3)$. The number of parallelograms that can be formed considering these points as three vertices is $[\text{তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (1, 0), (4, 1) \text{ এবং } (2, 3); \text{ বিন্দুতিনটিকে শীর্ষবিন্দু ধরে গঠিত সামান্তরিকের সংখ্যা}]$

[a] 1	[b] 2	[c] 3	[d] none of these এগুলির কোনটাই নয়
-------	-------	-------	-------------------------------------
- For any real value of t , the point $(t^2 + t + 1, t^2 - t + 1)$ always lies on $[\text{যেকোন বাস্তব } t\text{-এর জন্য } (t^2 + t + 1, t^2 - t + 1) \text{ বিন্দুটি যার উপর থাকবে সেটি হল}]$

[a] an ellipse একটি উপবৃত্ত	[b] a circle একটি বৃত্ত	[c] a hyperbola একটি পরাবৃত্ত	[d] none of these এগুলির কোনটাই নয়
-----------------------------	-------------------------	-------------------------------	-------------------------------------
- If in a triangle ABC , $\sin A \sin B \sin C + \cos A \cos B = 1$, then $a : b : c =$
 $[\text{যদি } ABC \text{ ত্রিভুজে } \sin A \sin B \sin C + \cos A \cos B = 1 \text{ হয়, তবে } a : b : c =]$

[a] $1 : \sqrt{2} : 1$	[b] $1 : 1 : \sqrt{2}$	[c] $\sqrt{2} : 1 : 1$	[d] $1 : 1 : 1$
------------------------	------------------------	------------------------	-----------------
- If α, β are the roots of the equation $(x - a)(x - b) = 5x - 2$, the roots of $(x - \alpha)(x - \beta) + 5x - 2 = 0$ are
 $[\text{যদি } (x - a)(x - b) = 5x - 2 \text{ সমীকরণের বীজদ্বয় } \alpha, \beta \text{ হয় তবে } (x - \alpha)(x - \beta) + 5x - 2 = 0 \text{ সমীকরণের বীজদ্বয় হবে}]$

[a] $5, a$	[b] $2, b$	[c] $a - 2, b - 5$	[d] a, b
------------	------------	--------------------	------------
- If P denotes the product of first n primes, then the number $P + 1$ $[\text{যদি প্রথম } n \text{ টি মৌলিক সংখ্যার গুণফল } P \text{ হয় তবে } P + 1 \text{-এর}]$

[a] has a prime factor less than or equal to P (P -এর থেকে ছোট অথবা সমান একটি মৌলিক উৎপাদক থাকবে)	[b] must have at least two distinct prime factors (অন্ততঃ দুটি অসমান মৌলিক উৎপাদক থাকবে)	[c] can have n prime factors ($n > 1$) (n টি মৌলিক উৎপাদক থাকতে পারে ($n > 1$))	[d] has a prime factor $\geq (n + 1)$ -th prime $((n + 1)$ -তম মৌলিক সংখ্যার থেকে বড় অথবা সমান একটি মৌলিক উৎপাদক থাকবে)
--	--	--	--
- A necessary and sufficient condition for two real numbers a and b to be related as $|a - b| > |a + b|$, is
 $[a \text{ এবং } b \text{ দুটি বাস্তব সংখ্যা } |a - b| > |a + b| \text{ সম্পর্কটি সিদ্ধ করার প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত হল}]$

[a] both a and b are non-zero (a, b উভয়েই শূন্য নয়)	[b] $(a - b) > (a + b)$	[c] a and b are of opposite signs (a, b বিপরীত চিহ্নযুক্ত)	[d] none of these এগুলির কোনটাই নয়
--	-------------------------	---	-------------------------------------
- The complement of $(\mathbb{Q} \times \mathbb{R}) \Delta (\mathbb{R} \times \mathbb{Q})$ in \mathbb{R}^2 is (\mathbb{R} =Set of real numbers, \mathbb{Q} =Set of rational numbers) $[\mathbb{R}^2\text{-এ } (\mathbb{Q} \times \mathbb{R}) \Delta (\mathbb{R} \times \mathbb{Q}) \text{ এর কমপ্লিমেন্ট হল } (\mathbb{R}=\text{বাস্তব সংখ্যার সেট, } \mathbb{Q}=\text{মূলদ সংখ্যার সেট})]$

[a] $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$	[b] $\mathbb{Q}^c \times \mathbb{Q}^c$	[c] $(\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}) \cup (\mathbb{Q}^c \times \mathbb{Q}^c)$	[d] none of these এগুলির কোনটাই নয়
------------------------------------	--	--	-------------------------------------
- For two arbitrary sets A and B , if we consider the conditions $p : A \cap B = A, q : A \cup B = B, r : A \Delta B = B$, then $[A, B \text{ যেকোন দুটি সেট, যদি এই শর্তগুলির কথা ভাবা যায় } p : A \cap B = A, q : A \cup B = B, r : A \Delta B = B, \text{ তাহলে}]$

[a] p implies q but q does not imply p (p, q -কে নির্দেশ করে কিছু q, p -কে নির্দেশ করে না)	[b] q implies r (q, r -কে নির্দেশ করে)	[c] r implies both p and q (r, p এবং q উভয়কেই নির্দেশ করে)	[d] All three p, q, r are logically equivalent (p, q, r সকলে যুক্তিগতভাবে সমতুল্য)
---	---	--	---
- A circle of rational radius and an equilateral triangle of side of rational length can be such that $[\text{মূলদ মানযুক্ত ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত এবং মূলদ মানের বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ এমন হতে পারে যে}]$

[a] they have equal area (তাদের ক্ষেত্রফল সমান)	[b] the circle can have any value as area (বৃত্তটির যেকোন ক্ষেত্রফল হতে পারে)	[c] the triangle can have any possible area (ত্রিভুজটির যেকোন ক্ষেত্রফল হতে পারে)	[d] can never have equal area (তাদের ক্ষেত্রফল কখনই সমান হবে না)
---	---	---	--

14. The sum of all the product of terms taking two at a time from the given numbers $1, 2, 3, \dots, n$ (where n is a fixed positive integer) is [একটি নির্দিষ্ট ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n -এর জন্য $1, 2, \dots, n$ থেকে দুটি করে সংখ্যার সমস্ত গুণফলগুলির যোগফল হবে]
- [a] $\frac{n(n+1)(3n^2-n-2)}{24}$ [b] $n(n+1)(3n^2+4n+2)$ [c] $\frac{n^2(3n^2-4n+2)}{24}$ [d] none of these এগুলির কোনটাই নয়
15. If a, b, c, d are all positive real numbers such that a, b, c are in G.P. and $abc = d$, then the value of $\log_{ac} abcd$ is [a, b, c, d সকলে ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা এমন যে a, b, c গুণোত্তর প্রগতিতে আছে এবং $abc = d$, তাহলে $\log_{ac} abcd$ এর মান]
- [a] 2 [b] 3 [c] $\frac{3}{2}$ [d] none of these এগুলির কোনটাই নয়
16. Let f be a twice differentiable function such that $f''(x) = -f(x)$ and $f'(x) = g(x)$. Let $h(x) = (f(x))^2 + (g(x))^2$. If $h(5) = 11$ then the value of $h(7)$ is [f একটি দ্বিবার অবকলযোগ্য অপেক্ষক এমন যে $f''(x) = -f(x)$ এবং $f'(x) = g(x)$ । ধর $h(x) = (f(x))^2 + (g(x))^2$ । যদি $h(5) = 11$ হয়, তবে $h(7)$ এর মান]
- [a] 7 [b] 9 [c] 11 [d] none of these এগুলির কোনটাই নয়
17. If $[x]$ denotes the greatest integer $\leq x$, the value of $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} [2 \sin x] dx$ is [x-এর চেয়ে ছোট অথবা সমান সর্বোচ্চ পূর্ণসংখ্যা যদি $[x]$ হয়, তাহলে $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} [2 \sin x] dx$ এর মান]
- [a] $-\frac{\pi}{2}$ [b] 0 [c] $-\pi$ [d] none of these এগুলির কোনটাই নয়
18. The area of the equilateral triangle inscribed in the circle $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ is [$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ বৃত্তস্থ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল]
- [a] $8\sqrt{3}$ sq. unit [b] $6\sqrt{3}$ sq. unit [c] $4\sqrt{3}$ sq. unit [d] none of these এগুলির কোনটাই নয়
19. The value of $\frac{\sin 110^\circ - \cos 250^\circ}{\operatorname{cosec} 160^\circ + \sec 340^\circ}$ in terms of a , where $a = \tan 200^\circ$, is [a দ্বারা প্রকাশিত $\frac{\sin 110^\circ - \cos 250^\circ}{\operatorname{cosec} 160^\circ + \sec 340^\circ}$ এর মান, যেখানে $a = \tan 200^\circ$]
- [a] $\frac{a}{2+a^2}$ [b] $\frac{a}{1+a^2}$ [c] $\frac{2a}{1+a^2}$ [d] none of these এগুলির কোনটাই নয়
20. If A be a skew symmetric matrix such that $AB = B$, then $B^T B$ is [যদি A একটি skew symmetric ম্যাট্রিক্স এমন হয় যে $AB = B$, তাহলে $B^T B$ সমান]
- [a] AB [b] BA [c] $A^T B$ [d] none of these এগুলির কোনটাই নয়

Group B ($5 \times 8 = 40$)

21. Draw a rough sketch of the graph of the function $f(x) = x[x]$, $-3 \leq x \leq 3$. Hence check its differentiability in $-2 \leq x \leq 2$. [$f(x) = x[x]$, $-3 \leq x \leq 3$, অপেক্ষক-এর একটি খসড়া লেখচিত্র অঙ্কন কর, তার দ্বারা অপেক্ষকটির $-2 \leq x \leq 2$ বিস্তারে অবকলযোগ্যতা নির্ণয় কর।]
22. Three numbers are chosen at random from the numbers $1, 2, \dots, 9$. Find the probability that their sum is greater than 21. [$1, 2, \dots, 9$ থেকে যে কোন ভাবে তিনটি সংখ্যা নেওয়া হল। তাদের যোগফল 21-এর বেশী হবার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।]
23. $OABC$ is a rectangle where A lies on x -axis, C lies on y -axis and B lies on the curve $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, O is the origin. Find the coordinates of B so that the area of $OABC$ is maximum. [$OABC$ একটি আয়তক্ষেত্র, যেখানে A , x -অক্ষের উপর, C , y -অক্ষের উপর এবং B , $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ বক্ররেখার উপর অবস্থিত। B -এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর যাতে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সর্বাধিক হয়, O মূলবিন্দু।]
24. A ball is thrown vertically upwards with a speed u . When it reaches its greatest height a second ball is thrown from the same point in the same direction. Find the velocity of projection of the second ball so that the two balls meet at a height which is half of the greatest height of the first ball. [একটি বল উল্লম্বভাবে উপরদিকে u গতিবেগে ছোড়া হল। যখন সে তার সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছয় তখন একই স্থান থেকে একই দিকে আর একটি বল ছোড়া হল। দ্বিতীয় বলের নিক্ষেপবেগ নির্ণয় কর যাতে বল দুটি প্রথম বলের সর্বোচ্চ উচ্চতার অর্ধেক উচ্চতায় মিলিত হয়।]
25. Let $f\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{f(x)+f(y)}{2}$ for all real x and y . If $f'(0) = -1$ and $f(0) = 1$, then find $f(3)$. [x এবং y এর সমস্ত বাস্তব মানের জন্য ধর $f\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{f(x)+f(y)}{2}$, যদি $f'(0) = -1$ এবং $f(0) = 1$ হয়, $f(3)$ এর মান নির্ণয় কর।]
26. In a triangle ABC , $AB = AC$. Points D and E lie on BC such that $BD = DC$ and $BE > CE$. Given that $\tan \angle EAC, \tan \angle EAD$, and $\tan \angle EAB$ form a G.P., and that $\cot \angle DAE, \cot \angle CAE$, and $\cot \angle DAB$ form an A.P. If $AE = 10$, compute the area of the triangle ABC . [ABC ত্রিভুজে $AB = AC$; BC -এর উপর D এবং E বিন্দু এমনভাবে আছে যে $BD = DC$ ও $BE > CE$ । দেওয়া আছে $\tan \angle EAC, \tan \angle EAD$ ও $\tan \angle EAB$ গুণোত্তর প্রগতি গঠন করে এবং $\cot \angle DAE, \cot \angle CAE$, ও $\cot \angle DAB$ সমান্তর প্রগতি গঠন করে। যদি $AE = 10$ হয় ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।]
27. An iron block having temperature $200^\circ C$ left in the running water of temperature $20^\circ C$. The temperature of the block reduces to $100^\circ C$ in 1 minute. At what time it will be at $50^\circ C$? Given that the rate of change of temperature is directly proportional to the temperature difference of the block and the running water. [একটি $200^\circ C$ তাপমাত্রার লৌহখণ্ড $20^\circ C$ -তাপমাত্রার প্রবাহমান জলে ফেলা হল। 1 মিনিট পরে খণ্ডটির তাপমাত্রা $100^\circ C$ -এ নেমে এলো। কত সময় পরে খণ্ডটির তাপমাত্রা $50^\circ C$ হবে? দেওয়া আছে যে তাপমাত্রা পরিবর্তনের হার, লৌহখণ্ড এবং জলের তাপমাত্রার পার্থক্যের সঙ্গে সমানুপাতিক।]
28. Prove by vector method that the opposite sides of a parallelogram are equal. [ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে একটি সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলি সমান।]