

- Please make sure that the question paper and the answer script are properly handed over to the invigilator
- Answer all the questions in the answer book provided; no extra sheet will be supplied.
- Use both sides of the answer script.
- Answer questions 1 to 28 in English or Bengali. Question numbered 29 is to be answered in English.
- **CALCULATOR CANNOT BE USED.**
- **DISCLOSURE OF IDENTITY IN ANY FORM WILL INVITE CANCELLATION OF CANDIDATURE.**

1. Without extracting the square-roots, show that $\frac{\sqrt{11}-\sqrt{5}}{\sqrt{19}-\sqrt{13}} > 1$. [2]

বর্গমূল নির্ণয় না করে দেখাও যে $\frac{\sqrt{11}-\sqrt{5}}{\sqrt{19}-\sqrt{13}} > 1$.

2. What should be subtracted from $27x^3 - 9x^2 - 6x - 5$ to make it exactly divisible by $(3x - 1)$? [2]

$27x^3 - 9x^2 - 6x - 5$ থেকে কত বাদ দিলে অবশিষ্ট রাশিটি $(3x - 1)$ দ্বারা পূর্ণরূপে বিভাজ্য হবে?

3. If $4^x - 4^{x-1} = 24$, find the value of x^x . [2]

$4^x - 4^{x-1} = 24$ হলে x^x -র মান নির্ণয় কর।

4. If the number $10^n - 1$ is divisible by 11 then find the nature of the integer n . [2]

যদি $10^n - 1$ রাশিটি 11 দ্বারা বিভাজ্য হয়, তবে পূর্ণসংখ্যা n এর প্রকৃতি নির্ণয় কর।

5. If the sum S_n of the first n terms of a series be given by $S_n = \frac{n(n^2 + 3n + 5)}{3}$, find the n^{th} term of the series. [2]

একটি শ্রেণীর প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল S_n যদি এমন হয় যে $S_n = \frac{n(n^2 + 3n + 5)}{3}$, তবে শ্রেণীটির n তম পদটি নির্ণয় কর।

6. Find the lower bound of $x^2 - 4x + 9$ in the interval $[2, 3]$. [2]

$[2, 3]$ অন্তরটির মধ্যে $x^2 - 4x + 9$ -র অধঃসীমা নির্ণয় কর।

7. If $|x| < 1$ and $x \neq 0$, show that the coefficient of any term in the expansion of $(1 + 4x + 10x^2 + 20x^3 + \dots)^{1/4}$ is 1. [2]

যদি $|x| < 1$ এবং $x \neq 0$ হয় তবে দেখাও যে $(1 + 4x + 10x^2 + 20x^3 + \dots)^{1/4}$ -র বিস্তারের যে কোন পদের সহগ হবে 1।

8. Determine the quadrants in which the point (x, y) may lie when (i) $x + y = 0$ ($x \neq 0, y \neq 0$) and (ii) $xy > 0$. [2]

যখন (i) $x + y = 0$ ($x \neq 0, y \neq 0$) এবং (ii) $xy > 0$, তখন কোন কোন চতুর্থাংশে (x, y) বিন্দু অবস্থান করতে পারে?

9. If $f(x)$ is an even function and $f'(0)$ exists, show that $f'(0) = 0$. [2]

যদি $f(x)$ একটি যুগ্ম অপেক্ষক হয় এবং যদি $f'(0)$ -র অস্তিত্ব থাকে তবে দেখাও যে $f'(0) = 0$.

10. Given $p(0) = p(2) = 3$ and $p'(0) = p'(2) = -1$, determine $\int_0^2 x p''(x) dx$. [2]

$p(0) = p(2) = 3$ এবং $p'(0) = p'(2) = -1$ প্রদত্ত হলে $\int_0^2 x p''(x) dx$ -র মান নির্ণয় কর।

11. Evaluate $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{\frac{1}{2}} - 1}{x^{\frac{1}{4}} - 1}$. [2]

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{\frac{1}{2}} - 1}{x^{\frac{1}{4}} - 1}$ -র মান নির্ণয় কর।

12. If $y = \int_0^x \frac{1-t}{1+t} dt$, find $\frac{dy}{dx}$ at $x = 1$. [3]

যদি $y = \int_0^x \frac{1-t}{1+t} dt$ হয়, তবে $x = 1$ -র জন্য $\frac{dy}{dx}$ -র মান নির্ণয় কর।

13. If $F(1) = 2$ and $F(n) = F(n-1) + \frac{1}{2}$ for all integers $n (n > 1)$, then determine the value of $F(101)$. [3]

যদি সকল পূর্ণসংখ্যা $n (n > 1)$ -র জন্য $F(1) = 2$ এবং $F(n) = F(n-1) + \frac{1}{2}$ হয়, তাহলে $F(101)$ -র মান নির্ণয় কর।

14. Evaluate $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{k!}$. [3]

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{k!}$ -র মান নির্ণয় কর।

15. Differentiate $\tan x$ with respect to $\sec x$. [3]

$\sec x$ -র সাপেক্ষে $\tan x$ -র অন্তরকলন কর।

16. If $\log_{30} 3 = a$ and $\log_{30} 5 = b$, find the value of $\log_{30} 8$. [3]

যদি $\log_{30} 3 = a$ এবং $\log_{30} 5 = b$ হয় তাহলে $\log_{30} 8$ -র মান নির্ণয় কর।

17. A sum of money, placed at compound interest, doubles itself in 4 years. In how many years will it amount to eight times itself? [3]

যৌগিক সুদের হারে কোন আসল যদি 4 বছরে সুদে-মূলে দ্বিগুণ হয় তবে কত বছরে তা আট-গুণ হবে ?

18. If x is so small that x^2 and higher powers of x may be neglected, prove that

$$\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt[3]{(1+x)^2}}{(1+x) + \sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{6}x \text{ (approximately)}. [5]$$

x যদি এমন ক্ষুদ্র হয় যে x^2 এবং উচ্চতর ঘাতযুক্ত x রাশিগুলিকে উপেক্ষা করা যায়, তাহলে প্রমাণ কর যে

$$\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt[3]{(1+x)^2}}{(1+x) + \sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{6}x \text{ (আসন্নমানে)}.$$

19. Solve : $xy - \frac{x}{y} = 5$, $xy - \frac{y}{x} = \frac{1}{5}$. [5]

সমাধান কর : $xy - \frac{x}{y} = 5$, $xy - \frac{y}{x} = \frac{1}{5}$

20. How many different numbers of five digits can be formed with the digits 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, and 7? How many of these will be even? [5]

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 এবং 7 অঙ্কগুলি ব্যবহার করে কতগুলি পাঁচঅঙ্কবিশিষ্ট বিভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যাবে? এদের মধ্যে কতগুলি যুগ্মসংখ্যা হবে?

21. Can any three prime numbers be in an arithmetic progression (A.P.) and / or a geometric progression (G.P.)? Justify your answer. [2+3=5]

তিনটি মৌলিক সংখ্যা কি সমান্তর প্রগতি এবং / অথবা গুণোত্তর প্রগতিতে থাকতে পারে? উত্তরের যথার্থতা প্রদর্শন কর।

22. If a circle be described by the equation $x^2 + y^2 - 10x + 12y = 3$, find the equation of the concentric circle whose area is 4 times that of the given one. [5]

যদি একটি বৃত্তের সমীকরণ $x^2 + y^2 - 10x + 12y = 3$ হয় তবে সমকেন্দ্রীক এরূপ একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার ক্ষেত্রফল উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফলের চতুর্গুণ হবে।

23. Find the region where the function $f(x) = [x] + \sqrt{x - [x]}$ is continuous, $[x]$ denoting the largest integer smaller than or equal to x . [5]

$f(x) = [x] + \sqrt{x - [x]}$ অপেক্ষকটি যে অঞ্চলে সন্তত, সেই অঞ্চলটি নির্ণয় কর, যেখানে $[x]$, x -র থেকে ছোট বা x -র সমান গরিষ্ঠ পূর্ণসংখ্যা সূচিত করে।

24. Find the value of $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n-1}}{n\sqrt{n}}$. [5]

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n-1}}{n\sqrt{n}}$ -র মান নির্ণয় কর।

25. On a particular day, a car travels the up and down of a distance with velocities v_1 and v_2 respectively. Next day, it travels the same distance up and down with velocities v_3 and v_4 respectively. Show that the average velocity of the car in all ups and downs of two days will always lie between the average velocities of first and second day. [5]

কোন একদিন একটি গাড়ি একটি নির্দিষ্ট দূরত্ব যথাক্রমে v_1 এবং v_2 গতিবেগ নিয়ে যায় এবং ফিরে আসে। দ্বিতীয় দিন গাড়িটি ঐ একই দূরত্ব যথাক্রমে v_3 এবং v_4 গতিবেগ নিয়ে যায় এবং ফিরে আসে। দেখাও যে দুদিন ধরে সকল যাতায়াতে গাড়িটির সার্বিক গড় গতিবেগ, পৃথকভাবে প্রথম ও দ্বিতীয় দিনের যাতায়াতের গড় গতিবেগ দুটির মধ্যবর্তী কোন মান হবে।

26. Prove that (প্রমাণ কর) $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{8} \log 2$. [5]

27. An wire of length L is kept fixed at the top of a perpendicular bar by its one end and the other end is free to move round the bar by making an angle θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) with the bar. Find the optimum value of θ such that volume of the right circular cone created by the movement of the wire is a maximum. [5]

L দৈর্ঘ্যের একটি তারের একপ্রান্ত একটি লম্বদণ্ডের শীর্ষে সংযুক্ত এবং অপর প্রান্তটি দণ্ডটিকে কেন্দ্র করে তার চারদিকে θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) কোণ করে মুক্তভাবে ঘুরতে পারে। তারের এই ঘূর্ণনের ফলে সৃষ্ট লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুটির আয়তন θ -র যে মানের জন্য সর্ববৃহৎ হবে, তা নির্ণয় কর।

28. Suppose in an urn, there are 1 ticket numbered 1, 2 tickets numbered 2, ..., k tickets numbered k , all the tickets being identical in appearance. Suppose n drawings are made with replacement from that urn. What is the probability that the ticket with highest number will not turn up in n drawings? [5]

ধরি একটি পাত্রে 1 সাংখ্যমানবিশিষ্ট 1টি, 2 সাংখ্যমানবিশিষ্ট 2টি, ..., k সাংখ্যমানবিশিষ্ট k টি টিকিট আছে যেগুলির আকার ও প্রকৃতি একই রকম। যদি ওই পাত্রে থেকে n বার একটি করে টিকিট বের করা হয় যেখানে প্রতিবার টিকিট বের করে তা পুনরায় পাত্রে ফিরিয়ে দিতে হয়, তবে n বারের মধ্যে একবারও সর্বাধিক সাংখ্যমানের কোন টিকিট না আসার সম্ভাবনা কত?

29. The following table gives production of three principal crops in Midnapore (West) district for three consecutive financial years:

Crops	Production ('000 tonnes) in the year		
	2004 – 05	2005 – 06	2006 – 07
Rice	1736.8	1629.7	1798.8
Wheat	24.1	21.0	15.3
Pulses	4.8	4.3	3.4

Source : Bureau of Applied Economics & Statistics, Government of West Bengal

Examine the above data visually and draw your conclusions in five sentences in **English**. [5]

নীচের সারণীতে মেদিনীপুর (পশ্চিম) জেলায় পরপর তিনটি আর্থিক বছরের জন্য তিনটি প্রধান শস্যের উৎপাদনের তথ্য প্রদত্ত হল

শস্য	বাৎসরিক উৎপাদন ('000 টন)		
	2004 – 05	2005 – 06	2006 – 07
ধান	1736.8	1629.7	1798.8
গম	24.1	21.0	15.3
ডালশস্য	4.8	4.3	3.4

উৎস: ব্যুরো অফ অ্যাপ্লায়েড ইকনমিক্স অ্যান্ড স্ট্যাটিস্টিকস, গাঙ্গে অফ ওয়েস্ট বেঙ্গল

উপরিউক্ত তথ্যগুলিকে চান্দ্রুষ বিচার করে প্রাপ্ত সিদ্ধান্তগুলি ইংরেজি ভাষায় পাঁচটি বাক্যের মাধ্যমে প্রকাশ কর।